

# ELABORAZIONE DEL VALORE MEDIO NELLE MISURE ELETTRONICHE

da BRUEL & KJAER

Le cosiddette «application notes» pubblicate a cura della Bruel & Kjaer, nota Fabbrica danese specializzata nell'allestimento di complesse apparecchiature per gli studi sui segnali elettrici, sono una interessante guida per la valutazione di parametri di tipo particolare. Ad esempio, la nota che segue, elaborata C.C. Wahrman, approfondisce l'argomento della valutazione del valore medio in alcuni particolari tipi di misure elettriche, mettendo nel dovuto risalto i punti principali, per i quali sorgono spesso dubbi di interpretazione.

Il calcolo per valutare con sufficiente precisione il valore medio di un segnale di forma d'onda irregolare è definito in inglese «time averaging», mentre la misura «di massima» prende il nome di «weighting»: le due relative tecnologie costituiscono i procedimenti più importanti agli effetti della riduzione dei dati, necessaria in qualsiasi misura di segnale.

Per i segnali che riguardano soltanto valori elevati di frequenza, il tempo di elaborazione del valore medio non comporta alcun problema: quando si tratta invece di segnali a frequenza bassa o di impulsi singoli, è più importante conoscere con esattezza l'influenza che tale procedimento esercita, oltre alla determinazione di un tempo di calcolo di valore finito.

Lo scopo principale di questo articolo è confrontare tra loro due semplici sistemi di calcolo del valore medio, e nello stabilire come è possibile scegliere adeguatamente i parametri, per ottenere i risultati più attendibili.

Matematicamente parlando, il metodo più semplice per calcolare il valore medio consiste nella vera e propria integrazione del segnale rispetto ad un tempo finito che rappresenteremo col simbolo «T», dividendo poi per tale valore il risultato ottenuto.

Riferendoci alla **figura 1**, se si desidera seguire ulteriormente l'andamento del segnale, l'intervallo di integrazione può essere spostato in continuità, in modo da fornire costantemente un valore medio in corrispondenza dell'ultimo periodo di «T» secondi del segnale. Questo procedimento prende il nome di «running integration».

Tuttavia, ciò implica la disponibilità della memoria completa dell'ultimo periodo di «T» secondi del segnale, in modo da consentire l'eliminazione dei valori

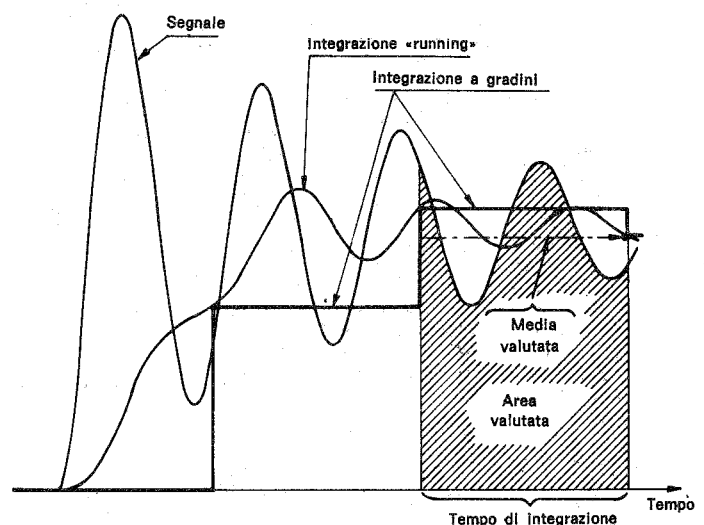


Fig. 1 - Grafico illustrante il metodo di integrazione reale di un segnale.

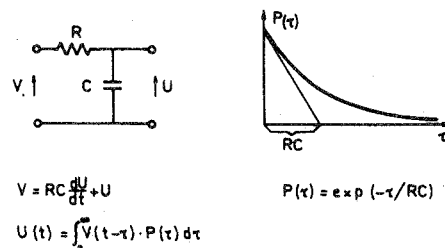


Fig. 2 - Le formule principali mediante le quali è possibile il calcolo del valore medio rispetto alla costante di tempo RC.

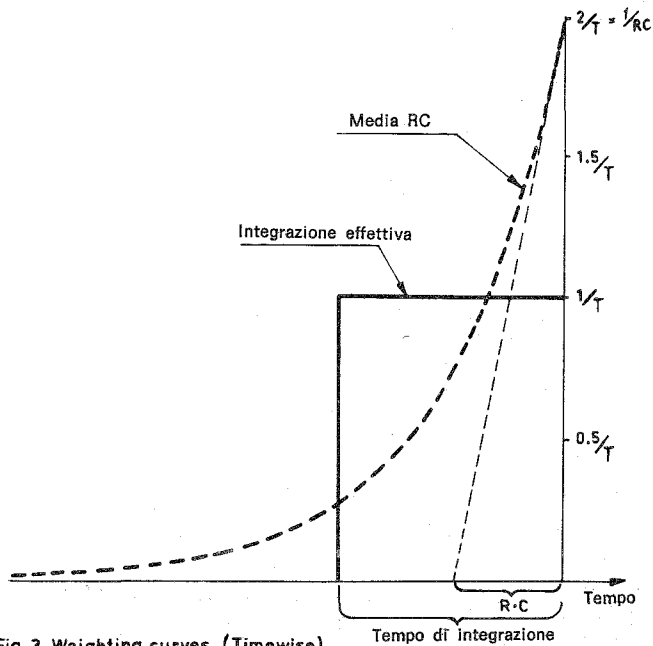


Fig. 3. Weighting curves (Timewise)

Fig. 3 - Curve che esprimono la funzione di «weighting», in funzione del tempo.

che escono dal suddetto periodo di integrazione. In molti casi si preferisce quindi effettuare l'integrazione secondo il sistema a gradini per intervalli di tempo fissi, ottenendo perciò valori «campione», della curva, come appunto quelli che è possibile ottenere con il sistema di integrazione «running». A questo procedimento ci riferiremo appunto con il termine di integrazione a gradini.

Un altro metodo di calcolo del valore medio, molto più semplice dal punto di vista elettronico è quello che si basa sull'impiego di un filtro passa-basso, a resistenza e capacità. Rispetto a questo sistema è possibile tracciare, come si osserva alla **figura 2**, una semplice equazione differenziale di primo ordine; l'impulso viene tradotto in un'equazione differenziale del tipo «decaying», che può essere a sua volta tradotta anche in forma grafica, come si osserva a destra dello

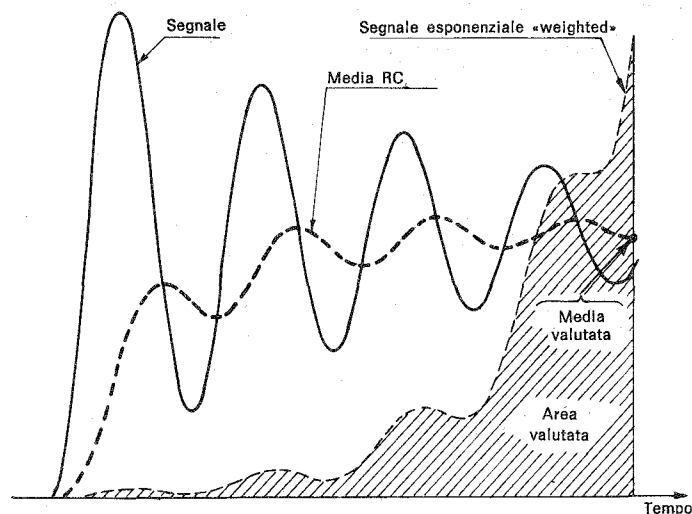


Fig. 4 - Calcolo della media di un segnale rispetto alla costante di tempo RC.

schema di principio.

Il responso nei confronti dell'impulso è costituito da una curva esponenziale in discesa. Il responso nei confronti di un segnale arbitrario è invece costituito dall'integrale di convoluzione dello stesso segnale e del responso in se stesso. Quanto sopra può essere considerato alla stessa stregua dell'integrazione del segnale moltiplicata per la funzione di «weighting», che rappresenta il responso nei confronti dell'impulso, ripiegato intorno ai tempi negativi, come risulta dal grafico di **figura 3**.

In questo grafico viene messa in evidenza anche la funzione di valutazione del tempo dell'integrazione effettiva, che corrisponde al reciproco del tempo ( $1/T$ ) all'interno dell'intervallo di integrazione, ed all'esterno del valore nullo.

Le scale delle due curve sono arbitrarie, ma sono state predisposte in funzione del risultato, facendo in modo che il valore di «T» corrisponda a  $2RC$ , anziché ad  $1RC$ .

In pratica, le differenze che sussistono tra le suddette due curve vengono distribuite meglio in questo modo, in quanto le due aree al di fuori del rettangolo corrispondono soltanto a 0,135 ed a 0,153 rispettivamente, mentre l'unica area al di fuori del rettangolo, quando  $T = RC$ , corrisponde a 0,368.

La **figura 4** illustra il risultato del calcolo del valore medio rispetto ad RC con il medesimo segnale usato a proposito dell'esempio di cui alla **figura 1**.

Anziché confrontare i due diversi tipi di calcolo del valore medio sulla base delle rispettive curve di misura del tempo, il confronto è possibile sulla base delle curve che ne esprimono la variazione di frequenza, come si osserva alla **figura 5**: anche in questo caso le scale delle due curve sono arbitrarie, ma se si sceglie un valore di «T» pari a  $2RC$ , le due curve si adattano abbastanza bene rispetto alle medesime due linee di limitazione, in questa doppia rappresentazione logaritmica.

Tuttavia, è più importante che, su questa base, le due larghezze di banda di potenza effettive siano le medesime.

In pratica, questo è il motivo principale per il quale viene scelto il valore di  $2RC$  come equivalente del

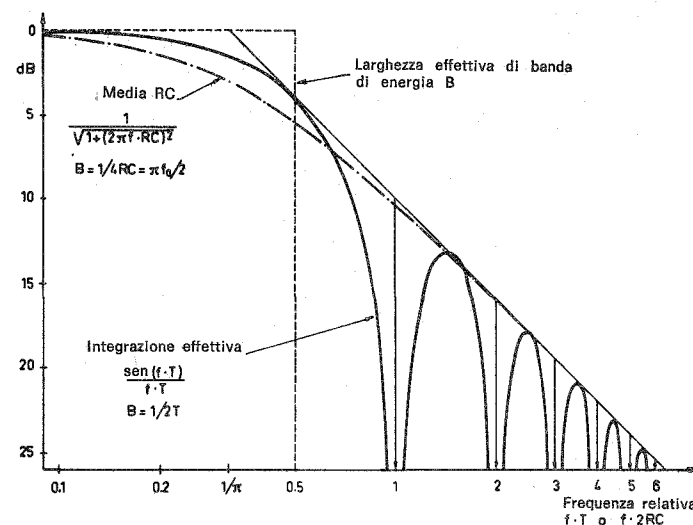


Fig. 5 - Andamento tipico delle curve di «weighting», tracciate in funzione delle frequenze.

tempo di elaborazione del valore medio.

Se ad esempio si provvede alla squadratura di una banda ristretta di rumore causale, oppure alla rettificazione in altro modo, il risultato consiste in un segnale a corrente continua al quale si aggiunge una percentuale di rumore causale a banda di frequenze ristretta, come si osserva alla **figura 6**.

Se questa parte di rumore viene filtrata mediante due procedimenti di calcolo del valore medio, rispetto alla medesima larghezza di banda effettiva a bassa potenza, la variazione standard delle fluttuazioni di uscita risulta la medesima. A questo punto è bene considerare che l'informazione che si desidera ricavare dal segnale non è normalmente costituita dal semplice valore medio: i segnali a corrente alternata di tipo puro presentano un valore medio in corrispondenza dello zero che non dipende dall'ampiezza del segnale stesso. Di conseguenza, si provvede ad introdurre un certo sistema di apprezzamento dell'ampiezza dei valori istantanei.

Dal punto di vista elettronico, il metodo più semplice consiste nel considerare soltanto i valori rispetto ad un segno di polarità: diversamente, gli impulsi di segnale, caratterizzati da una polarità negativa, possono essere fatti ruotare intorno alla linea isoelettrica, considerando quindi soltanto il valore assoluto o quello numerico; il metodo è illustrato alla **figura 7**.

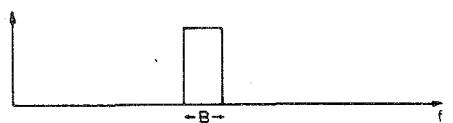
Sotto il profilo matematico, questo procedimento non è così semplice come potrebbe sembrare a tutta prima, in quanto l'integrazione deve essere suddivisa nelle parti di polarità positiva e di polarità negativa. E' perciò molto più semplice considerare un «weighting» proporzionale al valore, vale a dire usare il sistema di calcolo della media basato sul valore efficace.

Sebbene da un canto il valore efficace sia molto più utile dal punto di vista matematico, esso è tuttavia più difficile da ottenere per via elettronica. Spesso, a questo riguardo, si fa uso di un convertitore termico, in quanto il riscaldamento provocato dal passaggio della corrente attraverso un resistore è appunto proporzionale al valore efficace della corrente. Altri circuiti compiono una specie di approssimazione poligonale rispetto alla caratteristica parabolica illustrata alla **figura 7**, mediante una rete circuitale costituita da diodi e da resistori: altri ancora sfruttano la conversione dal sistema lineare a quello logaritmico e viceversa, per ottenere la quadratura.

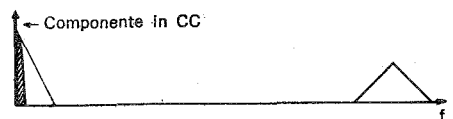
In molti casi il valore efficace viene preferito al valore medio: tale valore può essere ottenuto mediante la semplice estrazione della radice quadrata del valore medio, ma può anche essere ottenuto in altri modi. Se il valore medio viene in un certo modo diviso per il segnale di uscita, si ottiene praticamente il medesimo risultato, come può apparire chiaro osservando la **figura 8**.

Tale divisione viene effettuata ad esempio nel circuito di approssimazione poligonale permettendo ai punti di angolo di spostarsi in modo proporzionale alla tensione di uscita (vedi **figura 9**). Sebbene non sia sempre possibile stabilire dovunque il valore medio in un circuito di questo genere, tale valore medio si comporta esattamente come il primo tipo di valore efficace, almeno fino al momento in cui la parabola non viene sovraccaricata.

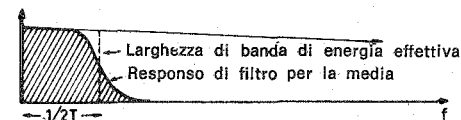
Molto spesso è possibile ottenere valori efficaci.



Spettro originale del rumore casuale a banda stretta



Spettro risultante dopo la squadratura



Veduta ingrandita della parte a bassa frequenza dello spettro di cui sopra

Variazione standard relativa rispetto al valore efficace

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{BT}} = \frac{1}{2\sqrt{B \cdot 2RC}}$$

Fig. 6 - Metodo grafico di calcolo del valore medio riferito ai segnali di rumore causale a banda stretta, dopo la squadratura della forma d'onda.

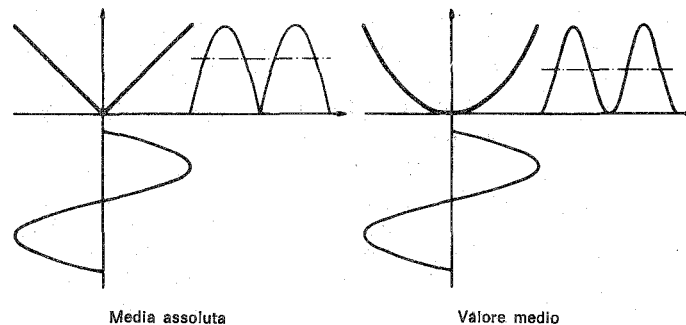


Fig. 7 - Rappresentazione grafica della caratteristica fissa di rettificazione.

sufficientemente precisi, adottando un semplice sistema di approssimazione poligonale caratterizzato da due soli angoli, come è appunto il caso illustrato alla **figura 9**. Un circuito di questo genere può essere considerato adatto alla misura del valore quasi efficace. Se il rapporto tra i resistori di carica e di sca-

Metodo diretto :

$$RMS = \sqrt{MS}$$

$$U = \sqrt{U^2}$$

$$V^2 - U^2 = RC_1 \frac{d(U^2)}{dt}$$

Metodo di reazione:

$$RMS = \frac{MS}{(RMS)} = M \frac{S}{(RMS)}$$

$$U = \frac{V^2}{U}$$

$$\frac{V^2}{U} - U = RC_2 \frac{dU}{dt} \quad \text{or}$$

$$V^2 - U^2 = \frac{RC_2}{2} \frac{d(U^2)}{dt}$$

$$T_{0V} = 2RC_1 = RC_2$$

Fig. 8 - Formule relative ai due metodi in base ai quali si ricava il valore efficace. La sigla RMS rappresenta appunto il valore efficace, mentre la sigla MS rappresenta il semplice valore medio.

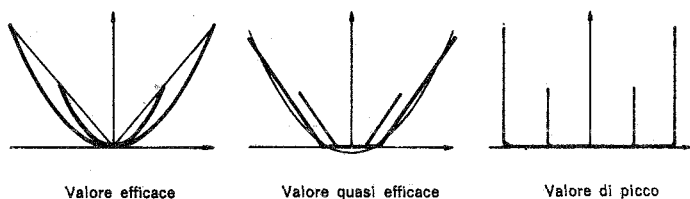


Fig. 9 - Rappresentazione grafica della caratteristica mobile di rettificazione.

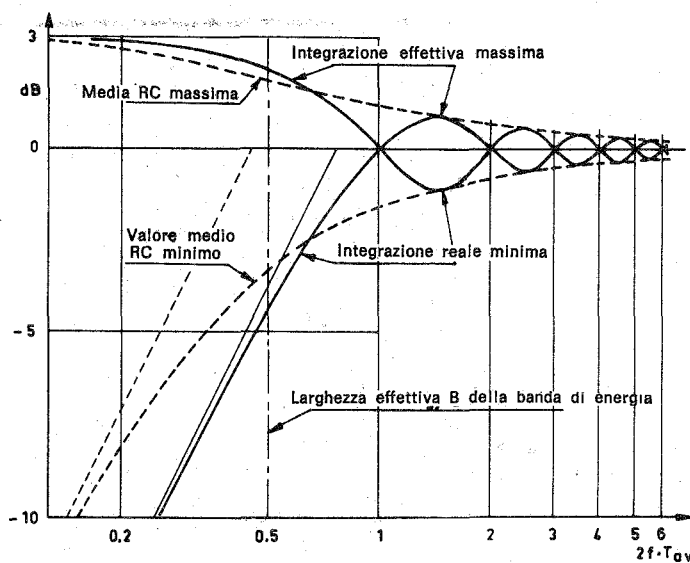


Fig. 10 - Ondulazione residua a frequenza ridotta per il calcolo del valore medio e del valore efficace di segnali ad onde sinusoidali.

rica corrisponde approssimativamente ad 1 : 3, in tal caso l'errore risulta inferiore al 1 dB per i segnali che presentano un fattore di cresta fino al massimo di 3: inoltre, i segnali di forma d'onda sinusoidale, quadra, triangolare, ecc., nonché il rumore causale, potranno essere misurati con un errore corrispondente soltanto ad una minima percentuale.

Se poi il rapporto tra i resistori di carica e di scarica viene ulteriormente diminuito fino ad assumere un valore bassissimo come nel caso di figura 9, il circuito assume le caratteristiche esatte o quasi esatte del classico circuito di «picco», con un particolare di notevole importanza: il risultato è tanto migliore quanto più piccolo è il suddetto rapporto.

Dal momento che il maggiore interesse ricade proprio sul valore medio e sul valore efficace, inizieremo col considerarli contemporaneamente.

In rapporto alla figura 5, abbiamo messo prima in evidenza il responso alla frequenza che è possibile ottenere con i due diversi modi di calcolo del valore medio. Esso corrisponde anche ai responso alla frequenza in funzione della frequenza di modulazione per una portante a frequenza elevata, che risulti debolmente modulata in ampiezza ad opera di un segnale a bassa frequenza, di forma d'onda sinusoidale.

Tuttavia, è possibile ottenere anche un altro tipo di responso alla frequenza, vale a dire l'ondulazione residua che si ottiene quando si misura il solo segnale a frequenza bassa.

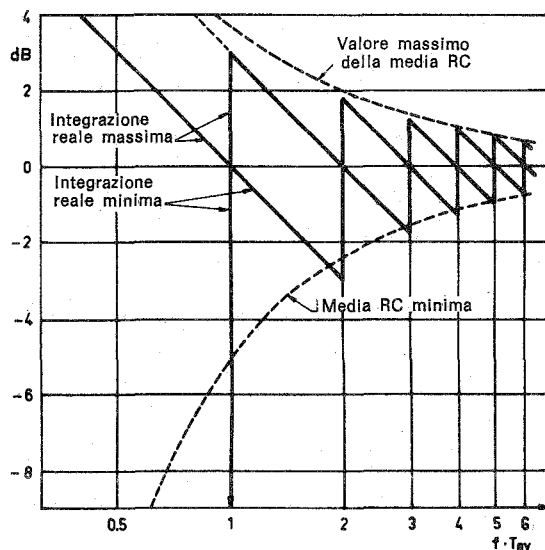


Fig. 11 - Rappresentazione grafica dell'ondulazione residua a frequenza bassa per il calcolo del valore medio e di quello efficace di segnali ad impulsi.

A questo riguardo, la **figura 10** rappresenta il risultato che può essere ottenuto con segnali sinusoidali, mentre la **figura 11** rappresenta il risultato che è possibile ottenere con segnali ad impulsi di durata minima. E' facile osservare che nella maggior parte delle rappresentazioni grafiche l'ondulazione residua rispetto all'integrazione effettiva si trova all'interno dell'ondulazione residua che si ottiene con il calcolo della media rispetto al valore RC.

E' questo è un argomento in base al quale risulta evidente l'opportunità di scegliere una costante di tempo più lunga: in particolare, la figura 11 dimostra, che sotto questo punto di vista, la scelta migliore consiste proprio nell'eguagliare il tempo medio dal prodotto tra il valore resistivo e quello capacitativo, ossia nel fare in modo che

$$T_{av} = RC$$

Un altro aspetto di non minore interesse consiste nel tipico comportamento dei due diversi sistemi di calcolo del valore medio di impulsi singoli di forma rettangolare, o di funzioni a gradini. La **figura 12** illustra innanzitutto il responso rispetto al valore medio. Per ottenere l'integrazione reale sono state previste linee diritte in discesa, mentre, per il calcolo della media in base alla costante di tempo RC, entrambi i responso in salita ed in discesa sono costituiti da curve esponenziali corrispondenti, elaborate rispetto alla costante di tempo RC<sub>1</sub>.

Al di sotto, la stessa figura illustra i responso rispetto al valore efficace. Per l'integrazione effettiva, le curve in salita ed in discesa sono costituite da parabole uguali tra loro, mentre, per il calcolo della media rispetto alla costante di tempo RC, le due curve non corrispondono più tra loro.

La curva in salita non è esponenziale, mentre quella in discesa continua a presentare un andamento esponenziale, ma con una costante di tempo RC<sub>2</sub> = 2RC<sub>1</sub>.

Quanto sopra fornisce un altro motivo per scegliere il valore di  $T_{av} = 2RC_1 = RC_2$ , in quanto la costante di tempo di caduta può essere facilmente misurata mentre, nel circuito a parabola mobile riferita al valore efficace, la costante di tempo  $RC_1$  non esiste. (E' proprio a causa di questa confusione, che dipende dalla disponibilità di due costanti di tempo, che, in questo articolo, si è fatto uso del termine «averaging time», ossia di tempo per la valutazione del valore medio).

A questo punto possiamo occuparci dei responsi con ordinate ad andamento logaritmico. In questo caso, la riduzione progressiva del valore medio della costante di tempo è rappresentata da una linea retta, mentre la curva in salita sembra ancora più ripida che nella parte centrale del grafico di figura 12: in tutti e tre i grafici, la scelta del valore di  $T_{av} = 2RC_1$  sembra attribuire una ragionevole corrispondenza tra l'effettiva integrazione ed il calcolo del valore medio rispetto alla costante di tempo.

Come si è detto dianzi, il circuito a parabola mobile relativo al calcolo del valore efficace si comporterà esattamente come il circuito a parabola fissa, finché quest'ultimo non viene sovraccaricato. Tale condizione — tuttavia — deve essere tenuta in considerazione all'inizio della curva in salita, dove cioè la parabola risulta di minima entità.

In figura 13 il responso in salita viene quindi illustrato in funzione di coordinate logaritmiche doppie. Si osservi che il responso ideale in valore efficace viene raggiunto con una certa approssimazione, quando il responso stesso risulta essere un fattore di C al di sotto del livello finale, sempre che C stesso rappresenti il fattore di cresta.

In altre parole, gli impulsi di forma rettangolare e di durata maggiore del valore approssimativo espresso da  $T_{av}/C_2$  vengono integrati esattamente nel modo in cui il circuito ideale funzionante in base al valore efficace dovrebbe integrarli. E' inoltre facile notare che la misura di impulsi singoli di breve durata pari a  $T_{av} = RC_1 = 1/2RC_2$  rappresenta una scelta più adeguata quando si confronta l'integrazione effettiva con il calcolo del valore medio in base alla costante di tempo. Per impulsi di questo genere — tuttavia — è normalmente più importante conoscere l'ampiezza, la larghezza e l'andamento, che non conoscere semplicemente la quantità di energia che caratterizza ogni singolo impulso.

Un altro aspetto ancora, che è importante agli effetti del confronto tra i diversi procedimenti per il calcolo del valore medio consiste nella loro attitudine a seguire lente variazioni del livello del segnale. Ad esempio, ciò è importante quando si misurano responsi alla frequenza con segnali sinusoidali a frequenza variabile.

Come appare evidente alla figura 14, esiste sempre un certo ritardo di tempo, la cui entità dipende dall'andamento tipico della curva. Le parti più importanti di una curva di questo genere sono normalmente costituite dai picchi e dai nodi, e — sotto questo aspetto — anche in questo caso il calcolo del valore medio determina errori nei livelli. Normalmente, i suddetti picchi ed i nodi non presentano l'aspetto di angoli acuti come si osservano nella prima parte della curva, bensì assumono l'andamento di risonanze arrotondate, che possono essere considerate come se

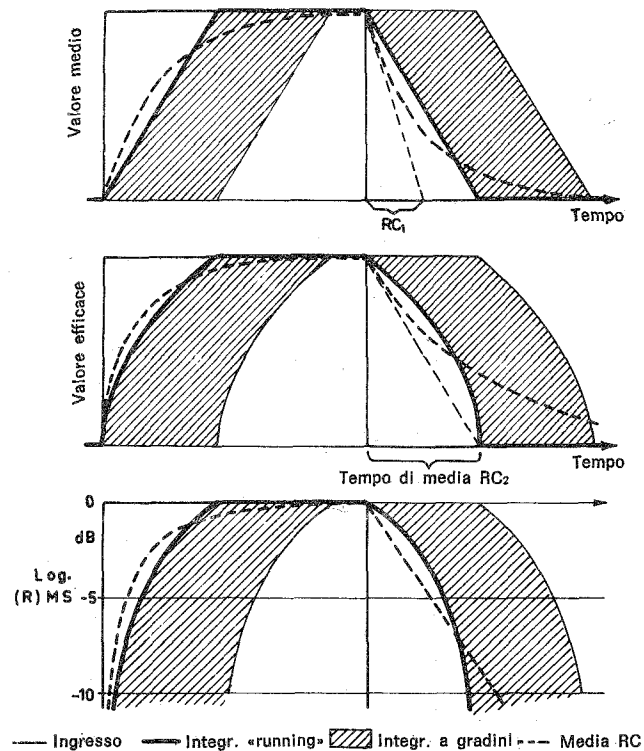


Fig. 12 - Responsi a gradini rilevati durante il calcolo del valore medio e del valore efficace di un segnale.

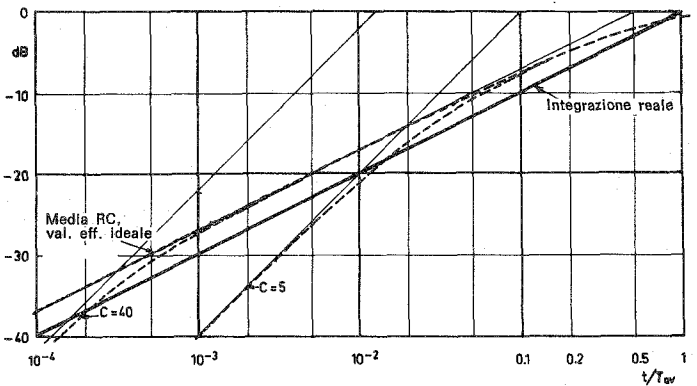


Fig. 13 - Responso rispetto alla parte ascendente della curva di responso di circuiti realizzati in funzione del valore efficace, con un valore «C» limitato del fattore di cresta.

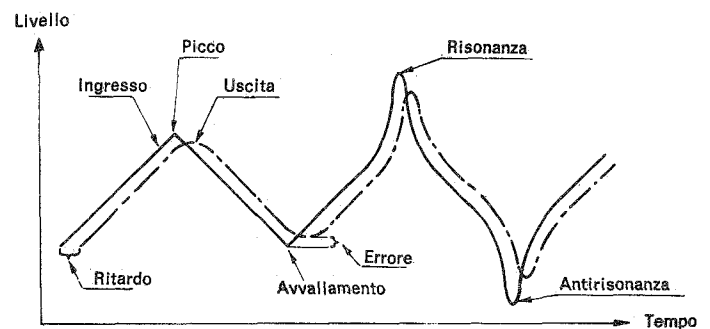


Fig. 14 - Andamento tipico del responso rilevato in base a variazioni lente del livello del segnale.

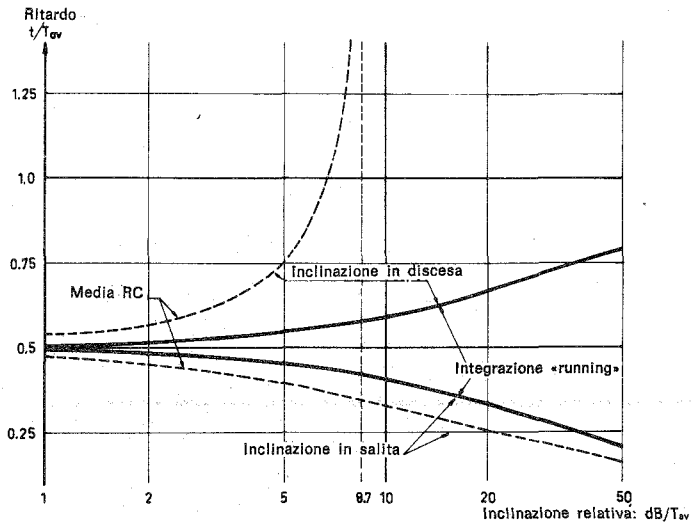


Fig. 15 - Rappresentazione grafica di variazioni lente, riferite al calcolo del valore medio e di quello efficace.

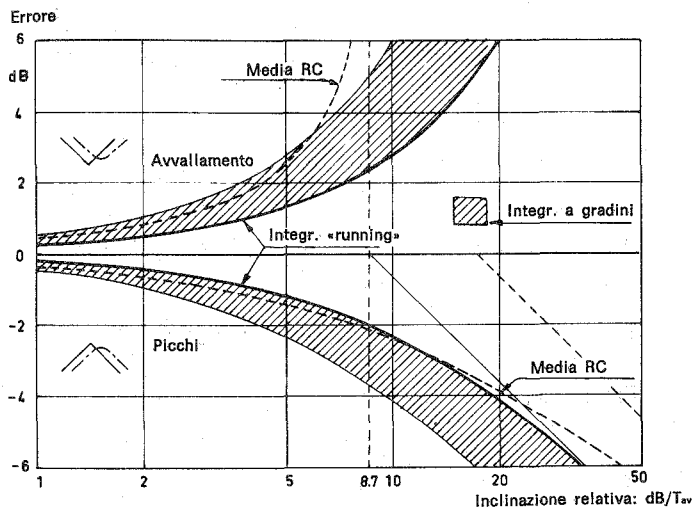


Fig. 16 - Errori riscontrabili in corrispondenza dei picchi e degli avvallamenti. In entrambi i casi il grafico si riferisce al valore medio ed al valore efficace.

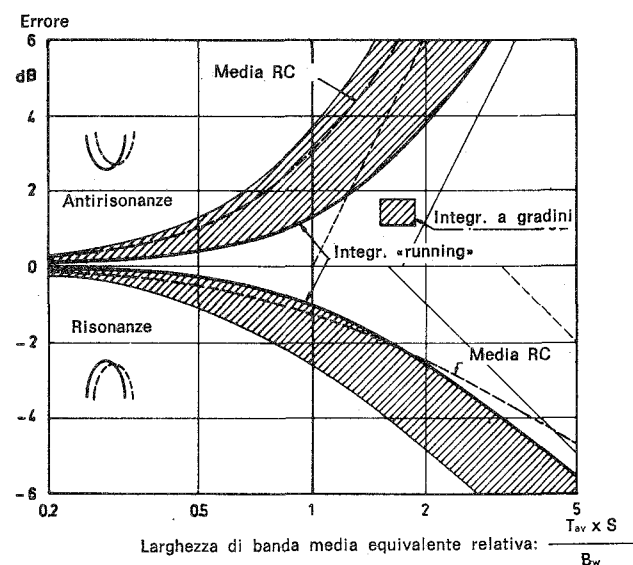


Fig. 17 - Rilevamento dei fattori di errore nei confronti delle risonanze e delle anti-risonanze, sempre in riferimento al valore medio ed a quello efficace.

si trattasse di parabole, rispettivamente in corrispondenza delle parti superiori e di quelle inferiori.

Nel grafico di **figura 15**, il ritardo risultante viene rappresentato in funzione dell'inclinazione. Appare perciò evidente che il ritardo corrisponde approssimativamente ad  $1/2 T_{av}$  per gradi ridotti di inclinazione, e ciò sia per l'integrazione del tipo «running», sia per il calcolo del valore medio in funzione della costante di tempo.

Questo è un altro argomento di grande importanza per la scelta del tempo di calcolo della media,  $T_{av}$ , pari a  $2RC_1 = RC_2$ . Appare inoltre evidente che il valore della costante di tempo RC risulta più rapido in salita e più lento in discesa, che non nel caso dell'integrazione del tipo «running», e che non sarà mai in grado di seguire un grado di inclinazione rivolto verso il basso, maggiore di, 7 dB/ $T_{av}$ .

La **figura 16** permette di apprezzare gli errori che si manifestano in corrispondenza dei picchi più acuti e degli avvallamenti, in funzione del grado di inclinazione dei lati. Le curve si basano sul presupposto che, la parte in salita presenti una durata sufficiente per consentire di ricavare i ritardi messi in evidenza nel grafico precedente. Anche in questo caso, possiamo facilmente riscontrare che il calcolo del valore medio rispetto alla costanza di tempo non può seguire l'andamento della curva in corrispondenza di un avvallamento, con inclinazioni maggiori di 8,7 dB/ $T_{av}$ .

Tuttavia, anche per gradi di inclinazione fino a 5-6 dB/ $T_{av}$ , il calcolo del valore medio rispetto alla costante di tempo è migliore dell'integrazione a gradini del caso peggiore, e — per picchi con gradi di inclinazione maggiori — risulta persino migliore l'integrazione col sistema «running».

La **figura 17** mette in evidenza gli errori agli effetti delle risonanze e delle anti-risonanze, in funzione della larghezza di banda media equivalente relativa, espressa dal prodotto

$$T_{av} \times S/B_w$$

nella quale S rappresenta la velocità di analisi (esplorazione orizzontale), mentre  $B_w$  rappresenta la larghezza di banda di 3 dB.

L'andamento delle anti-risonanze è parabolico e non esponenziale, come lo erano gli avvallamenti considerati a proposito della figura 16, per cui non esistono asintoti verticali nella curva riferita al calcolo del valore medio in funzione della costante di tempo. Anche sotto questo aspetto, si nota che tale calcolo si adatta perfettamente alla zona ombreggiante dell'integrazione a gradini, il che rappresenta un risultato migliore che non l'integrazione del tipo «running» per le risonanze, in corrispondenza dell'estremità destra della curva.

Dal momento che anche i ritardi dei picchi ed i nodi relativi possono presentare una certa importanza, i relativi parametri possono essere valutati alla **figura 18**. L'integrazione col sistema «running» presenta in questo caso un vantaggio rispetto agli altri sistemi, in quanto il ritardo risulta costante, e quindi più facile da correggere.

Possiamo quindi concludere che per le misure del valore medio e dal valore efficace, l'integrazione reale ed il calcolo del valore medio rispetto alla costante di tempo, si equivalgono relativamente nella maggior parte dei casi, a patto che il tempo di calcolo del valore medio venga reso uguale alla costante di

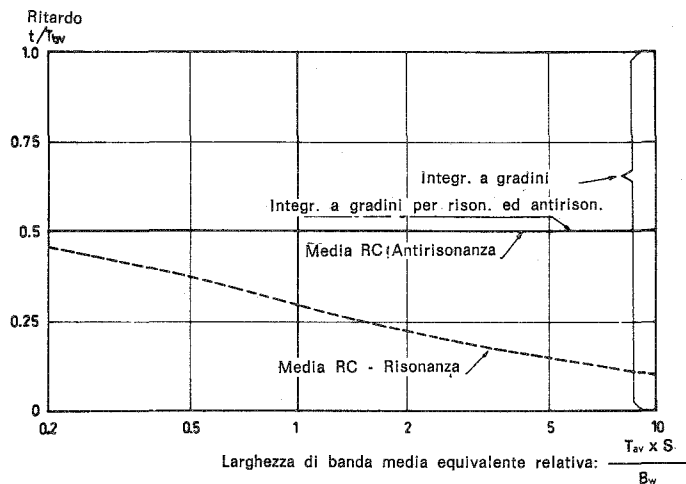


Fig. 18 - Valutazione dei ritardi rilevati per il calcolo del valore medio e di quello efficace, in rapporto alle risonanze ed alle anti-risonanze.

tempo di attenuazione del valore efficace  $RC_2$  ( $= 2 RC_1$ ), fatta eccezione per i segnali singoli ad impulso o per gli impulsi singoli di breve durata, nel qual caso il confronto risulta migliore se il valore di «T» corrisponde ad  $1/2 RC_2$ .

In una prossima occasione vedremo di pubblicare al riguardo un altro articolo, che esporrà con ricchezza di dettagli, probabilmente maggiori, il vero e proprio metodo di valutazione del valore medio assoluto, del valore quasi efficace e dei valori di picco, oltre a chiarire il metodo di derivazione alle varie curve.